

Ασκήσεις στα ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ - Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Γεώργιος Χ. Δομουχτσής *

18 Μαρτίου 2022

*ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ - Γ. Γραφάκος, Κ. Διακάκης, Σ. Μαντζάρας - 1969

1 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΠΙΛΥΟΜΕΝΑ ΜΕ ΕΙΣΩΣΕΙΣ Α' ΒΑΘΜΟΥ

- Μετρήσαμε 360 άτομα: άνδρες, γυναίκες και παιδιά. Οι άνδρες ήταν 2-πλάσιοι από τις γυναίκες και τα παιδιά ήταν τα $\frac{3}{5}$ των γυναικών. Πόσα ήταν τα παιδιά;
- Ο Πέτρος έχει 3-πλάσια ευρώ από όσα έχει ο Παύλος. Πόσα ευρώ έχει ο καθένας, αν ο Πέτρος έχει 12 ευρώ περισσότερα από τον Παύλο;
- Από δύο πόλεις, που απέχουν μεταξύ τους 108km , ξεκινούν συγχρόνως δύο ποδηλάτες με ταχύτητες 19km/h και 17km/h και κατευθύνονται για συνάντηση. Ύστερα από πόσες ώρες θα συναντηθούν και σε ποια απόσταση από τις πόλεις;
- Αν σε έναν αριθμό προσθέσουμε το $\frac{1}{3}$ του, βρίσκουμε τον αριθμό 19 ελαττωμένο κατά το $\frac{1}{4}$ του ζητούμενου αριθμού. Ποιος είναι ο αριθμός αυτός;
- Να βρεθούν δύο θετικοί ακέραιοι αριθμοί, που να έχουν διαφορά 401, το πηλίκο του μεγαλύτερου δια του μικρότερου να είναι 6 και το υπόλοιπο 6.
- Μια βρύση γεμίζει μιαν άδεια δεξαμενή σε 3 ώρες, μια άλλη σε 6 ώρες και μια τρίτη την αδειάζει σε 4 ώρες. Σε πόσες ώρες θα γεμίσει η δεξαμενή, αν τρέχουν και οι τρεις μαζί;
- Ένας πατέρας είναι 59 χρονών και ο γιος του 29. Ύστερα από πόσα χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τα $\frac{5}{3}$ της ηλικίας του γιου;
- Η διαφορά του ψηφίου των δεκάδων από το ψηφίο των μονάδων ενός διψήφιου αριθμού είναι 3. Αν σε αυτόν προσθέσουμε το νέο αριθμό, που προκύπτει με εναλλαγή των ψηφίων του, βρίσκουμε άθροισμα 121. Ποια είναι τα ψηφία του αριθμού;
- Από ποιον αριθμό πρέπει να αφαιρέσουμε το 13-πλάσιο του $\frac{1}{21}$ του, για να βρούμε έναν αριθμό κατά 4 μικρότερο από το 2-πλάσιο του $\frac{1}{7}$ του;
- Καθεμιά από τις ίσες πλευρές ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι τα $\frac{5}{3}$ της τρίτης πλευράς του. Να βρεθούν οι πλευρές, αν η περίμετρος του τριγώνου είναι 31.2cm .
- Η γωνία B ενός τριγώνου $AB\Gamma$ είναι τα $\frac{3}{5}$ της γωνίας A και η γωνία Γ είναι το $\frac{1}{3}$ της γωνίας B . Να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.
- Ένας υπάλληλος έδωσε τα $\frac{2}{5}$ του μισθού του για να αγοράσει ύφασμα και το $\frac{1}{3}$ για ραφτικά. Εάν του περίσσεψαν 800 ευρώ, πόσος είναι ο μισθός του;
- Τίνος αριθμού το 10-πλάσιο είναι μεγαλύτερο κατά 16 από το 2-πλάσιο του $\frac{1}{5}$ του;
- Να διατυπωθούν σε προβλήματα οι επόμενες εξισώσεις:

$$(α') \frac{x}{2} - \frac{x}{4} = 9$$

$$(β') \frac{x}{2} = 35 - \frac{x}{3}$$

$$(γ') x - \frac{3x}{4} = \frac{4x}{5} + \frac{11}{2}$$

2 ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- Να βρεθούν οι γωνίες του παραλληλογράμμου $AB\Delta\Gamma$, αν η γωνία του A ισούται με τα $\frac{2}{3}$ της γωνίας B .
- Να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$, αν η γωνία B ισούται με το $\frac{1}{2}$ της γωνίας A και η γωνία Γ ισούται με τα $\frac{3}{8}$ της γωνίας A .
- Δύο κομμάτια ύφασμα διαφέρουν κατά 66.5m . Το μεγαλύτερο είναι 5-πλάσιο από το μικρότερο και 4.5m ακόμη. Να βρεθούν τα μήκη τους.

18. Να βρεθούν τρεις διαδοχικοί θετικοί ακέραιοι τέτοιοι, που, αν από το ημίθροισμα των δύο μικρότερων αφαιρέσουμε το $\frac{1}{3}$ του μεγαλύτερου, θα βρούμε τον ρητό $\frac{127}{6}$.
19. Ένα αυτοκίνητο αναχώρησε στις 7 το πρωί από την πόλη Α με ταχύτητα 33km/h . Τι ώρα πρέπει να αναχωρήσει ένα άλλο αυτοκίνητο από την ίδια πόλη και προς την ίδια φορά με ταχύτητα 45km/h , για να φτάσει το πρώτο ύστερα από 2h και 45min;
20. Έφαγαν μαζί 47 άνδρες και γυναίκες. Κάθε άνδρας πλήρωσε 50 ευρώ και κάθε γυναίκα 47 ευρώ. Αν οι άνδρες πλήρωσαν 1380 ευρώ περισσότερα από τις γυναίκες, πόσοι ήταν οι άνδρες;
21. Από το περιεχόμενο ενός βαρελιού πουλήθηκαν την 1η ημέρα τα $\frac{3}{8}$ και τη 2η ημέρα 39 κιλά. Εάν το πουλημένο ποσό αντιπροσωπεύει τα $\frac{3}{4}$ του περιεχομένου, πόσα κιλά έμειναν ακόμη στο βαρέλι;
22. Ένας εργάτης τελειώνει ένα έργο σε 3 ημέρες. Άλλος εργάτης τελειώνει το ίδιο έργο σε 6 ημέρες. Σε πόσες ημέρες θα τελειώσουν το έργο και οι δύο εργάτες, αν εργάζονται συγχρόνως;
23. Ένας πατέρας έχει 2-πλάσια ηλικία από το γιο του, ενώ πριν από 15 χρόνια είχε 3-πλάσια. Ποια είναι η ηλικία του καθενός;
24. Να βρεθεί ένας αριθμός που, αν διαιρεθεί διά 13, να δίνει πηλίκο το $\frac{1}{14}$ του και υπόλοιπο 12.
25. Το άθροισμα των ψηφίων ενός διψήφιου αριθμού είναι 10. Αν αλλάξουμε τη θέση των ψηφίων του, βρίσκουμε έναν αριθμό μικρότερο κατά 36. Ποιος είναι ο αριθμός;

3 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΑΠΛΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

26. Για τα $\frac{3}{4}$ ενός έργου διατέθηκε το ποσό των 9.000€. Τι ποσό χρημάτων αντιστοιχεί στα $\frac{5}{6}$ του ίδιου έργου;
27. Για 100 ενδυμασίες χρειάζονται 300m μήκος από ένα ύφασμα πλάτους 1,40m. Για 125 όμοιες ενδυμασίες πόσο πρέπει να είναι το πλάτος του υφάσματος, αν το μήκος παραμένει σταθερό;
28. Ένα αυτοκίνητο κινείται διατηρώντας για $\frac{8}{3}$ ώρες ταχύτητα $67,5\text{km/h}$. Πόσα km θα διανύσει με την ίδια ταχύτητα σε $\frac{32}{9}$ ώρες;
29. Ένα αυτοκίνητο έχει ταχύτητα 56km/h και διανύει απόσταση 182km . Σε πόσες ώρες θα διανύσει την απόσταση αυτή, αν ελαττώσει την ταχύτητά του κατά το $\frac{1}{14}$ της;
30. 50 στρατιώτες έχουν τροφές για 30 ημέρες. Πόσες ημέρες θα περάσουν με αυτές, αν αυξηθεί η μερίδα κατά το $\frac{1}{5}$ της;
31. Συμφωνήθηκε να τελειώσει ένα έργο σε 25 ημέρες. Εάν 6 εργάτες τέλειωσαν το $\frac{1}{2}$ του έργου σε 10 ημέρες, πόσοι εργάτες πρέπει να χρησιμοποιηθούν, για να τελειώσει το υπόλοιπο έργο στην καθορισμένη προθεσμία;
32. 12 άνδρες εκτελούν ένα έργο σε 20 ημέρες. Σε πόσες ημέρες θα εκτελέσουν το ίδιο έργο 20 γυναίκες, αν η εργασία 4 ανδρών ισοδυναμεί με την εργασία 5 γυναικών;

4 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΠΟΣΟΣΤΩΝ

33. Ένας έμπορος πούλησε εμπόρευμα με κέρδος 20% και εισέπραξε 360.000€. Ποια είναι η αξία του εμπορεύματος;
34. Ένας έμπορος πούλησε εμπόρευμα με κέρδος 15% και κέρδισε 60.000€. Ποια είναι η αξία του εμπορεύματος;
35. Το μεικτό βάρος ενός προϊόντος είναι 375kg και το καθαρό 300kg . Πόσο τοις εκατό είναι το απόβαρο
 - (α) επί του μικτού βάρους και
 - (β) επί του καθαρού βάρους;
36. Ένα αντικείμενο αξίας 3750€ πουλήθηκε με κέρδος 25% επί του κόστους. Ποια είναι η τιμή πώλησής του και πόσο είναι το κέρδος;

37. Εάν το κέρδος με 20% είναι 4940€, ποια είναι η τιμή πωλήσεως και ποιο το κόστος;
38. Μια τηλεόραση πουλήθηκε 4550€ με έκπτωση 30%. Πόσο ήταν το κόστος και πόση η έκπτωση;
39. Ένας έμπορος πουλά τον τ. πήχη όσο αγοράζει το m . Πόσο τοις εκατό κερδίζει;
40. Εάν ένας έμπορος πουλά με κέρδος 25% επί της τιμής αγοράς, πόσο τοις εκατό κερδίζει επί της τιμής πωλήσεως;
41. Εάν ένας έμπορος πουλούσε το εμπόρευσμά του 11500€, θα κέρδιζε 15% επί του κόστους του. Το πούλησε όμως 9500€. Πουλήθηκε το εμπόρευμα πάνω ή κάτω από το κόστος του και πόσο τοις εκατό επί του κόστους;
42. Ένας έμπορος πούλησε ένα αντικείμενο με ζημία 7%. Εάν το πουλούσε με κέρδος 3%, θα έπαιρνε 750€ περισσότερο. Ποιο ήταν το κόστος του αντικειμένου;
43. Πόσο αγοράστηκε ένα εμπόρευμα, που επιβαρύνθηκε με έξοδα 10% και πουλήθηκε 183150€ με κέρδος 11%;
44. Δύο αντικείμενα κοστίζουν μαζί 5000€ και πουλήθηκαν το α' με κέρδος 20% και το β' με κέρδος 15%. Αν το ολικό κέρδος ήταν 900€, να βρεθεί το κόστος του καθενός.
45. Ένας έμπορος υπολογίζει να κερδίσει 25% επί του κόστους ενός εμπορεύματος. Το πούλησε όμως με υπερτίμηση 5% επί της τιμής που έγραφε πάνω. Πόσο τοις εκατό κέρδισε επί του κόστους;
46. Ένας έμπορος γράφει πάνω σ' ένα εμπόρευμα τιμή κατά 30% ανώτερη από το κόστος και το πουλά με έκπτωση κερδίζοντας έτσι 23,50% επί του κόστους. Ποια είναι η έκπτωση επί της τιμής που γράφει πάνω;

5 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ

47. 8 εργάτες τελειώνουν ένα έργο σε 12 ημέρες με 7 ώρες εργασία την ημέρα. Σε πόσες ημέρες θα τελειώσουν το ίδιο έργο 12 εργάτες, όταν εργάζονται 8 ώρες την ημέρα;
48. 9 εργάτες σκάβουν 18 στρέμματα σε 6 ημέρες, αν εργάζονται 8 ώρες την ημέρα. Σε πόσες ημέρες 8 εργάτες θα σκάψουν 16 στρέμματα, αν εργάζονται 8 ώρες την ημέρα;
49. 20 εργάτες με εργασία 8 ώρες την ημέρα τελείωσαν τα $\frac{2}{5}$ ενός έργου σε 14 ημέρες. Πόσες ώρες την ημέρα πρέπει να εργάζονται 16 εργάτες, για να τελειώσουν το υπόλοιπο έργο σε 30 ημέρες;
50. Για το πάτωμα ενός δωματίου αγοράστηκαν 700 σανίδες μήκους 3,4dm και πλάτους 6cm. Πόσες σανίδες μήκους 3dm και πλάτους 7cm θα χρειαστούν για το ίδιο πάτωμα;
51. Ένας ράφτης χρειάζεται ύφασμα 60m μήκους και 1m πλάτους για 20 όμοιες ενδυμασίες. Πόσα m μήκος θα χρειαστεί για 18 όμοιες ενδυμασίες, αν το πλάτος του υφάσματος είναι 1,2m;
52. Ένα πλοίο αναχώρησε για ταξίδι 42 ημερών με 35 επιβάτες. Το απόθεμα των τροφίμων του επιτρέπει να παρέχεται στους επιβάτες ημερήσια μερίδα τροφίμων 1.200gr. Ύστερα από 15 ημέρες περισυλλέγει ναυαγούς και συντομεύει το ταξίδι του κατά 5 ημέρες, ενώ η μερίδα των τροφίμων περιορίζεται σε 1.008gr. Πόσους ναυαγούς περισυνέλεξε το πλοίο;
53. Οι επιστήμονες υπολόγισαν ότι το βάρος ενός σώματος είναι ανάλογο προς τη μάζα του πλανήτη, πάνω στον οποίο βρίσκεται, και αντιστρόφως ανάλογο προς το τετράγωνο της ακτίνας του. Να υπολογισθεί το βάρος ενός αστροναύτη στη Σελήνη, αν αυτός ζυγίζει στη Γη 70kg. Οι μάζες Γης και Σελήνης είναι αντίστοιχα $6 \cdot 10^{21} \text{ton}$ και $7,5 \cdot 10^{19} \text{ton}$ και οι ακτίνες τους 6.400km, 1.740km.
54. Μεταξύ παραγωγών και μιας εταιρείας μεταφορών έγινε η εξής συμφωνία: Η εταιρεία θα παίρνει 5% επί της τιμής πωλήσεως των πρώτων λαχανικών, τα οποία θα μεταφέρει στη Γερμανία μέσα σε 10 ημέρες, και η αμοιβή της θα είναι επίσης και αντιστρόφως ανάλογη προς το χρόνο μεταφοράς. Η εταιρεία μετέφερε προϊόντα μέσα σε 6 ημέρες. Αυτά πουλήθηκαν και οι παραγωγοί εισέπραξαν ένα ποσό, που αφαιρώντας την αμοιβή της εταιρείας έμεινε 102.000€. Ποια ήταν η τιμή πωλήσεως των προϊόντων;

6 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΚΟΥ

55. Πόσο τόκο φέρνουν
 - (α) 16.000€ με 4,5% για 8 μήνες;
 - (β) 4.500€ με 8% για 179 ημέρες;

- (γ') 7.200€ με 5% για 211 ημέρες;
 (δ') 12.000€ με 6% για 97 ημέρες;
56. Να βρεθεί το κεφάλαιο, αν $\epsilon\% = 5\%$, ο τόκος είναι 345€ και ο χρόνος 115 ημέρες.
 57. Να βρεθεί η χρόνος, αν $\epsilon\% = 6\%$, ο τόκος είναι 138€ και το κεφάλαιο 4.600€.
 58. Να βρεθεί το επιτόκιο, αν το κεφάλαιο είναι 3.600€, ο τόκος 480€ και ο χρόνος 20 μήνες.
 59. Ποιο κεφάλαιο σε 100 ημέρες με 4,5% φέρνει τόκο, όσο δίνει κεφάλαιο 8.000€ σε 6 μήνες με 5%;
 60. Τα $\frac{5}{8}$ ενός κεφαλαίου τοκίστηκαν με 6,5% και σε 5 μήνες έδωσαν τόκο 650€. Ποιο ήταν το κεφάλαιο;
 61. Κεφάλαιο 37.500€ τοκίστηκε με 6% κι έγινε με τον τόκο του 37.750€. Να βρεθεί ο χρόνος.
 62. Δανειστήκαμε 1.200€ με 9% και πληρώσαμε στις 2 Φεβρουαρίου για κεφάλαιο και τόκο 1.386€. Πότε δανειστήκαμε το κεφάλαιο;
 63. Με ποιο επιτόκιο ένα κεφάλαιο 12.000€ έδωσε τόκο 1.250€ σε χρόνο ίσο με το χρόνο, κατά τον οποίο τοκίστηκαν 3.600€ με 4% κι έγιναν μαζί με τον τόκο τους 4.000€;
 64. Κεφάλαιο 111.000€ κατατέθηκε σε μια τράπεζα στις 14 Μαρτίου και στις 17 Οκτωβρίου του επόμενου έτους αποσύρθηκε μαζί με τους τόκους του. Ποιο ήταν το επιτόκιο, αν κεφάλαιο και τόκος μαζί έγιναν 121.600,50€;
 65. Ποιο κεφάλαιο σε 40 μήνες με 4,5% έγινε μαζί με τον τόκο του 13.800€; (Αν $x\%$ το κεφάλαιο, ο τόκος του θα είναι $\frac{x \cdot 4,5 \cdot 40}{1200}$ και $x + \frac{x \cdot 4,5 \cdot 40}{1200} = 13800$)
 66. Δανειστήκαμε ένα ποσό χρημάτων με τη συμφωνία να κρατηθούν οι τόκοι προκαταβολικά. Ποιο ήταν το κεφάλαιο, αν μας έδωσαν 9800€ και κράτησαν τόκους 4 μηνών με 6%; (Κεφάλαιο πλην τόκος = 9800€: $k - \frac{k \cdot \epsilon \cdot \mu}{1200} = 9800$).
 67. Τόκισε κάποιος τα $\frac{2}{3}$ του κεφαλαίου του με 4% και το υπόλοιπο με 5% και πήρε σε ένα έτος τόκο 546€. Ποιο ήταν το κεφάλαιο;

7 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΥΦΑΙΡΕΣΕΩΣ

68. Ποια είναι η εξωτερική υφαίρεση και η παρούσα αξία ενός γραμματίου ονομαστικής αξίας 2.600€, το οποίο προεξοφλήθηκε 2 μήνες πριν από τη λήξη του με 6%;
 69. Να βρεθεί η ονομαστική αξία και η παρούσα αξία ενός γραμματίου, που προεξοφλήθηκε 5 μήνες πριν από τη λήξη του με 7,2% και είχε εξωτερική υφαίρεση 60€.
 70. Ποιος ήταν ο χρόνος από την προεξόφληση μέχρι την λήξη ενός γραμματίου 2.160€, που προεξοφλήθηκε με 8% για 2.131,2€;
 71. Με ποιο επιτόκιο προεξοφλήθηκε ένα γραμμάτιο 3.200€, 50 ημέρες πριν από τη λήξη του για 3.168€;
 72. Να βρεθεί η εξωτερική υφαίρεση ενός γραμματίου, που προεξοφλήθηκε 3 μήνες πριν από τη λήξη του για 2.751€ με 7%.
 73. Ένα γραμμάτιο, που έπρεπε να πληρωθεί στις 28 Ιουνίου, προεξοφλήθηκε για 2.970€ στις 13 Μαΐου (του ίδιου έτους) με 8%. Ποια ήταν η ονομαστική αξία του;
 74. Ένα γραμμάτιο προεξοφλήθηκε 80 ημέρες πριν από τη λήξη του με 9% για 4.410€. Τι κέρδος θα είχε ο κομιστής, αν η προεξόφληση γινόταν με 8%;
 75. Αν η ονομαστική αξία είναι 1.600€, $\epsilon\% = 9\%$ και η παρούσα αξία είναι 1.562€, να βρεθεί ο χρόνος.
 76. Αν η ονομαστική αξία είναι 1.200€, η παρούσα αξία είναι 1.155€ και ο χρόνος είναι 5 μήνες, να βρεθεί το επιτόκιο.
 77. Αν η παρούσα αξία είναι 4.900€, $\epsilon\% = 6\%$ και ο χρόνος είναι 4 μήνες, να βρεθεί η ονομαστική αξία.
 78. Δύο γραμμάτια, που έχουν άθροισμα ονομαστικών αξιών 14.400€, προεξοφλούνται μαζί με 6% για 14.214€. Αν το α' έληγε μετά από 3 μήνες και το β' μετά από 2 μήνες, να υπολογισθεί η ονομαστική αξία του κάθε γραμματίου.

8 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΣΟΥ ΟΡΟΥ

79. Να βρεθεί η μέση θερμοκρασία ενός ασθενούς σε μία ημέρα, αν θερμομετρήθηκε τρεις φορές κι έδειξε θερμοκρασία $38\beta.$, $38, 7\beta.$ και $38, 2\beta.$
80. Να βρεθεί ο μέσος όρος των αριθμών 7, 10, 13, 16, 19. Επίσης των αριθμών 7 και 19. Τι παρατηρείτε;
81. Να βρεθεί ο μέσος όρος των 10, 14, 18, 22. Επίσης των 10 και 22. Τι παρατηρείτε;
82. Να βρεθεί το άθροισμα των ακεραίων από 1 έως 49. (Βρείτε πρώτα τον μέσο όρο)
83. Ο μέσος όρος των βαθμών σε τρία μαθήματα ήταν 14, 5. Κατόπιν, μεταβλήθηκε ο βαθμός στο ένα μάθημα και ο μέσος όρος έγινε 15, 5. Πόσο αυξήθηκε ο βαθμός σε αυτό το μάθημα;

9 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΡΙΣΜΟΥ

84. Να μερισθεί ο 180 σε μέρη ανάλογα προς τους
- (α') 6, 10, 14
 (β') 3, 5, 7
 (γ') 18, 30, 42 και
 (δ') 360, 600, 840.

Να συγκρίνετε τα αποτελέσματα των 4 περιπτώσεων και να δικαιολογήσετε αυτό που θα βρείτε.

85. Να μερισθεί ο 260 ανάλογα προς τούς $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ και $\frac{7}{12}$.
86. Να μερισθούν:
- (α') ο 480 ανάλογα προς τους 2, $\frac{9}{4}$ και $\frac{6}{8}$,
 (β') ο 310 αντιστρόφως ανάλογα προς τους 2, 3 και 5 και
 (γ') ο 24 αντιστρόφως ανάλογα προς τους 2, $\frac{1}{3}$ και $\frac{2}{5}$.
87. Ένας σύλλογος φιλόπτωχων μοίρασε 600€ σε 3 φτωχές οικογένειες ανάλογα προς τον αριθμό των μελών τους. Η α' οικογένεια είχε 4 μέλη, η β' 6 και η γ' 10. Πόσες δραχμές πήρε κάθε οικογένεια;
88. Από δύο πόλεις, που απέχουν μεταξύ τους 220km, ξεκινούν συγχρόνως δύο αυτοκίνητα με ταχύτητες 50km/h και 60km/h και τρέχουν να συναντηθούν. Να βρείτε πόσα km θα διανύσει το καθένα μέχρι να συναντηθούν.
89. Ένα χρηματικό έπαθλο 5.200€ πρόκειται να μοιραστεί σε 2 ποδηλάτες ανάλογα προς τις επιδόσεις τους σε ένα αγώνισμα δρόμου κάποιας απόστασης. Ο α' έτρεξε την απόσταση σε 18min και ο β' σε 21min. Πόσα ευρώ θα πάρει ο καθένας;
90. Δύο αυτοκινητιστές μετέφεραν εμπορεύματα με αμοιβή 6.800€. Ο α' μετέφερε 4, 5ton σε απόσταση 40km και ο β' 5ton σε απόσταση 32km. Πόσα ευρώ πήρε ο καθένας;
91. Τρεις αδελφές κληρονόμησαν από το θείο τους 700.960€ με τον όρο να τις μοιραστούν ανάλογα προς την ηλικία τους. Οι ηλικίες τους ήταν 14, 16 και 21 έτη. Πόσα ευρώ θα πάρει η καθεμία;
92. Δύο βοσκοί νοίκιασαν ένα χωράφι 2.850€. Ο α' βόσκησε 200 πρόβατα για 25 ημέρες και ο β' 150 πρόβατα για 30 ημέρες. Πόσα χρήματα θα πληρώσει ο καθένας;
93. Ένας έμπορος άρχισε μια επιχείρηση καταθέτοντας 100.000€. Δύο μήνες αργότερα πήρε συνεταίρο, ο οποίος κατέθεσε 150.000€. Ένα χρόνο μετά την πρόσληψη του συνεταίρου βρήκαν ότι κέρδισαν 99.000€. Πόσο κέρδος θα πάρει ο καθένας;

10 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΜΕΙΞΕΩΣ

94. Αναμείχθηκαν 200kg κρασί των $4€/\text{kg}$ με 300kg από άλλη ποιότητα των $4,5€/\text{kg}$. Πόσο αξίζει το kg του μείγματος;
95. Ένας έμπορος ανάμειξε 80kg λάδι των $25€/\text{kg}$ με 120kg από άλλη ποιότητα των $30€/\text{kg}$. Πόσο πρέπει να πουλά το kg του μείγματος, για να κερδίζει 10% επί του κόστους; (Οι τιμές είναι τιμές κόστους).
96. Σε ποια αναλογία πρέπει να αναμείξουμε βούτυρο των $50€/\text{kg}$ με βούτυρο των $60€/\text{kg}$, για να πετύχουμε μείγμα των $56€/\text{kg}$; Και αν κάνουμε μείγμα 50kg , πόσα kg πρέπει να πάρουμε από κάθε ποιότητα βουτύρου;
97. Ένας καφεπώλης ανάμειξε καφέ των $90€/\text{kg}$ με καφέ των $82€/\text{kg}$ κι έκανε μείγμα 12kg των $88€/\text{kg}$. Πόσα kg πήρε από κάθε ποιότητα;
98. Ένας έμπορος ανάμειξε 150kg λάδι των $32€/\text{kg}$ με 100kg από άλλη ποιότητα των $26€/\text{kg}$. Αν πουλά το μείγμα $34,80€/\text{kg}$, πόσο τοις εκατό κερδίζει; (Οι τιμές είναι τιμές κόστους).
99. Έγινε μείγμα $(100+x)\text{kg}$ από δύο ποιότητες ενός είδους. Η τιμή του kg τής α' ποιότητας ήταν $35€$, τής β' ποιότητας $30€$ και του μείγματος $32€$. Αν από τη β' ποιότητα χρησιμοποιήθηκαν $x\text{kg}$, να βρεθεί ο x .
100. Αναμείχθηκαν 100kg των $20€/\text{kg}$ με 80kg των $x€/\text{kg}$ από δύο ποιότητες ενός είδους. Αν η τιμή του μείγματος ήταν $22€/\text{kg}$, Να βρεθεί ο x .
101. Πώς πρέπει να αναμείξουμε δύο ποιότητες ενός είδους, που έχουν κόστος $48€/\text{kg}$ και $44€/\text{kg}$, για να κάνουμε μείγμα, που αν το πουλάμε $49,50€/\text{kg}$, να κερδίζουμε 10% επί του κόστους;

11 ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΚΡΑΜΑΤΩΝ

102. Ένας χρυσοχόος συγχωνεύει 10gr χρυσό τίτλου $0,900$ με 14gr άλλο χρυσό τίτλου $0,600$. Να βρεθεί ο τίτλος του νέου κράματος.
103. Κάνουμε νέο κράμα βάρους 90gr και τίτλου $0,840$ από δύο άλλα κράματα τίτλων $0,900$ και $0,800$. Πόσα gr θα πάρουμε από κάθε κράμα;
104. Σε ποια αναλογία πρέπει να συγχωνεύσουμε δύο είδη χρυσού με τίτλους $0,900$ και $0,750$, για να πετύχουμε κράμα τίτλου $0,800$, και πόσα gr θα πάρουμε από κάθε είδος, αν το νέο κράμα έχει βάρος 75gr ;
105. Συγχωνεύουμε 80gr άργυρο τίτλου $0,920$ με άλλο άργυρο τίτλου $0,850$ και παίρνουμε νέο κράμα τίτλου $0,900$. Πόσα gr από το β' κράμα θα χρησιμοποιήσουμε;
106. Πόσα gr καθαρός χρυσός περιέχονται σε $50,5\text{gr}$ χρυσό τίτλου $0,740$;
107. Κράμα χρυσού 80gr περιέχει 50gr καθαρό χρυσό. Ποιος είναι ο τίτλος του κράματος;
108. Ένας χρυσοχόος συνέτηξε 10gr χρυσό 17 καρατιών με 20gr άλλο χρυσό 20 καρατιών και με 30gr τίτλου 22 καρατιών. Να βρεθεί ο τίτλος του νέου κράματος σε καράτια.
109. Πόσα gr χαλκό πρέπει να συγχωνεύσουμε με 140gr καθαρό χρυσό, για να πετύχουμε κράμα τίτλου $0,700$;

12 ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

110. Δύο εργάτες τέλειωσαν ένα έργο. Ο α' έκανε τα $\frac{2}{7}$ του έργου και ο β' το υπόλοιπο. Αν ο β' πήρε $4.200€$, πόσο κόστισε ολόκληρο το έργο;
111. Για να αγοράσει κάποιος μία ενδυμασία, του έγινε έκπτωση $270€$ και πλήρωσε $1.230€$. Πόσο τοις εκατό ήταν η έκπτωση;
112. Ένα αντικείμενο κόστους $1.800€$ πουλήθηκε $1.440€$. Πόσο τοις εκατό ήταν η έκπτωση; Αν είχε κόστος $1.400€$ και πουλιόταν $1.750€$, πόσο τοις εκατό θα ήταν το κέρδος;
113. 15 εργάτες έκαναν σε 8 ημέρες το $\frac{1}{3}$ ενός έργου. Αν απολύθηκαν 3 εργάτες, σε πόσες ημέρες οι υπόλοιποι θα τελειώσουν το υπόλοιπο έργο;
114. Αν ένας πεζοπόρος βαδίζει 7 ημέρες επί 8 ώρες κάθε μέρα, θα διανύσει τα $\frac{7}{13}$ μιας αποστάσεως. Πόσες ώρες την ημέρα πρέπει να βαδίζει, για να διανύσει την υπόλοιπη απόσταση σε 8 ημέρες;

115. Τα $\frac{5}{16}$ ενός κεφαλαίου τοκίστηκαν με 7% κι έγιναν μαζί με τον τόκο τους 9.831€. Να βρεθεί ο χρόνος, αν ολόκληρο το κεφάλαιο ήταν 28.928€.
116. Το $\frac{1}{2}$ ενός κεφαλαίου τοκίστηκε με 5%, το $\frac{1}{3}$ του με 6% και το υπόλοιπο με 4%. Αν σε ένα χρόνο, κεφάλαιο και τόκοι έγιναν 18.930€, να βρεθεί το κεφάλαιο.
117. Τοκίστηκαν τα $\frac{2}{3}$ ενός κεφαλαίου με 6% και το υπόλοιπο με 5%. Αν τοκίζόταν ολόκληρο το κεφάλαιο με 5%, θα έδινε 120€ τόκο λιγότερο από όσο έδωσε στην προηγούμενη περίπτωση. Αν ο χρόνος και στις δύο περιπτώσεις είναι 12 μήνες, να βρεθεί το κεφάλαιο.
118. Αν κεφάλαιο + τόκος είναι 10.100€, ο χρόνος είναι 2,5 μήνες και $\epsilon\% = 4,8\%$, να βρεθεί το κεφάλαιο.
119. Αν κεφάλαιο + τόκος είναι 9.126€, ο χρόνος είναι 63 ημέρες και $\epsilon\% = 8\%$, να βρεθεί το κεφάλαιο.
120. Αν κεφάλαιο – τόκος είναι 4.440€, ο χρόνος είναι 4 μήνες και $\epsilon\% = 4\%$, να βρεθεί το κεφάλαιο.
121. Αν στις παρακάτω εξισώσεις ο x παριστάνει το κεφάλαιο σε ευρώ, να διατυπώσετε τις εξισώσεις αυτές σε προβλήματα και να τις επιλύσετε.
- (α') $x + x \cdot \frac{4}{100} \cdot \frac{5}{12} = 18300$.
- (β') $x - x \cdot \frac{5}{100} \cdot \frac{105}{360} = 9460$.
122. Από δύο πόλεις, που απέχουν μεταξύ τους 360km, ξεκινούν συγχρόνως για συνάντηση δύο αυτοκίνητα με ταχύτητες 65km/h και 55km/h. Σε ποια απόσταση θα συναντηθούν;
123. Να μερισθεί ο αριθμός 3600 αντιστρόφως ανάλογα προς τους 12, 15, 20.
124. Να μερισθεί ο αριθμός 250 αντιστρόφως ανάλογα προς τους $\frac{4}{6}$ και $\frac{4}{9}$.
125. Δύο έμποροι κατέθεσαν για μια επιχείρηση 100.000€ ο α' και 80.000€ ο β'. Ύστερα από 18 μήνες κέρδισαν 54.000€. Πόσο κέρδος θα πάρει ο καθένας;
126. Ένας έμπορος άρχισε μια επιχείρηση με 500.000€. Ύστερα από 3 μήνες πήρε συνεταίρο, ο οποίος κατέθεσε το ίδιο ποσό. 6 μήνες μετά την πρόσληψη του συνεταίρου βρήκαν ότι κέρδισαν 60.000€. Πόσο κέρδος θα πάρει ο καθένας;
127. Δύο συνεταίροι κατέθεσαν 405.000€ για μια επιχείρηση. Τα χρήματα του α' έμειναν στην επιχείρηση 15 μήνες και του β' 12 μήνες. Αν πήραν ίσα κέρδη, να βρεθεί το κεφάλαιο, που είχε καταθέσει ο καθένας.
128. Ένας έμπορος ανάμειξε 100kgr ενός είδους των 35€/kgr με άλλο των 30€/kgr. Πόσα kgr χρησιμοποίησε από τη β' ποιότητα, αν πουλούσε 33€ το kgr του μείγματος και κέρδισε 250€;

13 ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

129. Τίνος αριθμού το $\frac{1}{7}$ είναι κατά $\frac{13}{5}$ μικρότερο από το τριπλάσιό του;
130. Αν σε έναν αριθμό προσθέσουμε το 4-πλάσιό του, βρίσκουμε αριθμό κατά $\frac{8}{25}$ μικρότερο από τον 10, 32. Ποιος είναι ο αριθμός;
131. Από ποιον αριθμό πρέπει να αφαιρέσουμε το 8-πλάσιο του $\frac{1}{8}$ του, για να βρούμε αριθμό κατά $\frac{21}{2}$ μεγαλύτερο από το $\frac{1}{10}$ αυτού;
132. Με ποιον αριθμό πρέπει να διαιρέσουμε τον 744, για να βρούμε πηλίκο 14 και υπόλοιπο 44;
133. Να χωριστεί ο αριθμός $\frac{378}{5}$ σε δύο άλλους, ώστε ο ένας να είναι διπλάσιος από τον άλλο.
134. Η ηλικία του Πέτρου είναι διπλάσια από του Παύλου. Πριν από 7 χρόνια οι ηλικίες τους είχαν άθροισμα ίσο με τη σημερινή ηλικία του Πέτρου. Να βρεθούν οι ηλικίες τους.
135. Ένα πλοίο αναχώρησε από τον Πειραιά με ταχύτητα 19,5mil/h. Ύστερα από 4 ώρες αναχώρησε δεύτερο πλοίο με ταχύτητα 23,5mil/h προς την ίδια κατεύθυνση. Μετά από πόσες ώρες το δεύτερο πλοίο θα φτάσει το πρώτο;

136. Η γωνία Γ ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 1$ ορθή) είναι ίση με τα $\frac{2}{3}$ της γωνίας B . Να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.
137. Να βρεθούν δύο διαδοχικοί ακέραιοι αριθμοί που τα τετράγωνα τους διαφέρουν κατά 39.
138. Δύο ακέραιοι αριθμοί έχουν άθροισμα 17 και τα τετράγωνα τους διαφέρουν κατά 119. Ποιοι είναι οι αριθμοί;
139. Δύο ακέραιοι αριθμοί έχουν άθροισμα 27. Αν στο γινόμενο τους προσθέσουμε το τετράγωνο του μικρότερου, βρίσκουμε 216. Ποιοι είναι οι αριθμοί;
140. Ένας ακέραιος αριθμός αν διαιρεθεί δια 11, δίνει υπόλοιπο 9, ενώ αν διαιρεθεί δια 3, δίνει υπόλοιπο 2. Εάν η διαφορά των πηλίκων είναι 53, βρείτε τον αριθμό.
141. Το ψηφίο των δεκάδων ενός διψήφιου αριθμού είναι κατά 4 μεγαλύτερο από το ψηφίο των μονάδων. Αν στον αριθμό προσθέσουμε το $\frac{1}{5}$ του, βρίσκουμε 114. Ποιος είναι ο αριθμός;
142. Ένα ρολόι δείχνει μεσημέρι ακριβώς (12h 0min 0sec). Ποια ώρα θα συναντηθούν (για δεύτερη φορά) ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης;
143. Δύο θετικοί ακέραιοι αριθμοί έχουν διαφορά 48. Αν ο μεγαλύτερος διαιρεθεί δια του μικρότερου, δίνει πηλίκο 3 και υπόλοιπο 2. Ποιοι είναι οι αριθμοί;
144. Να μερισθεί ο 99 ανάλογα προς τους α) 2, 3, 4 και β) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$.
145. Να μερισθεί ο 390 αντιστρόφως ανάλογα προς τους α) 2, 3, 4 και β) $\frac{5}{2}, \frac{5}{6}, 1$.
146. Ένας έμπορος αγοράζει καφέ 81€ το kgr , τον καβουρδίζει και τον μεταπουλά. Πόσο πρέπει να πουλά το kgr , για να πετύχει κέρδος 10% επί του κόστους, αν λάβουμε υπόψη ότι ο καφές χάνει το $\frac{1}{10}$ του βάρους του, όταν καβουρδίζεται;
147. Ένας έμπορος γράφει επάνω σε ένα εμπόρευμα τιμή κατά 25% μεγαλύτερη από την τιμή κόστους. Ύστερα κάνει έκπτωση 10% επί της τιμής που γράφει επάνω. Βρείτε πόσο τοις εκατό επί του κόστους κερδίζει τελικά ο έμπορος.
148. Αν κεφάλαιο – τόκος είναι 54.000€, ο χρόνος είναι 2,5 έτη και $\epsilon\% = 4\%$, να βρεθεί ο τόκος.
149. Αν κεφάλαιο + τόκος είναι 4.060€, ο χρόνος είναι 3 μήνες και $\epsilon\% = 6\%$, να βρεθεί ο τόκος.
150. Αν κεφάλαιο – τόκος είναι 7.160€, ο χρόνος είναι 40 ημέρες και $\epsilon\% = 5\%$, να βρεθεί ο τόκος.
151. Ένα μέρος κεφαλαίου 40.000€ τοκίστηκε με 4% για 5 μήνες κι έφερε τόκο 500€ περισσότερο από το υπόλοιπο μέρος του, που τοκίστηκε με 5% για 6 μήνες. Να βρεθεί το μέρος του κεφαλαίου που τοκίστηκε (το πρώτο).
152. Δύο ίσα κεφάλαια τοκίζονται το ένα με 4,5% και το άλλο με 5,5% και δίνουν τόκο 4.500€ σε 2 έτη. Ποια είναι τα κεφάλαια;
153. Στις παρακάτω εξισώσεις ο x παριστάνει το κεφάλαιο σε ευρώ. Να διατυπώσετε αυτές τις εξισώσεις σε προβλήματα και να τις επιλύσετε.
- (α') $x + x \cdot \frac{6}{100} \cdot \frac{2,4}{12} = 10120$.
- (β') $x - x \cdot \frac{2,5}{100} \cdot \frac{400}{360} = 7000$.
154. Ένας γεωργός πούλησε έναν κήπο $1050m^2$. Τα χρήματα που πήρε τα τόκισε με 12% και μετά από 3 έτη και 2 μήνες πήρε τόκο και κεφάλαιο 115.920€. Πόσο πούλησε το στρέμμα;
155. Αγόρασε κάποιος οικόπεδο $700m^2$. Πλήρωσε τη μισή τιμή αμέσως κι επέτυχε έκπτωση 8% επί αυτής. Για την άλλη μισή πλήρωσε ύστερα από 8 μήνες 104.000€ μαζί με τον τόκο, με 6%. Τι ποσό πλήρωσε συνολικά για το οικόπεδο και ποια ήταν η τιμή του στρέμματος;
156. 4 αδελφοί μοιράστηκαν κληρονομιά 540 στρέμματα ως εξής: Ο πρώτος πήρε τα μισά από όσα πήραν οι άλλοι τρεις, που τα μερίδιά τους ήταν ανάλογα προς τους αριθμούς 3, 4 και 5. Πόσα στρέμματα πήρε ο καθένας;
157. Δύο έμποροι έκαναν επιχείρηση. Ο α' κατέθεσε 70.000€ και πήρε κέρδος 6.000€, ο β' κατέθεσε 80.000€ και το κέρδος του ήταν 8.000€. Πόσο χρόνο έμειναν τα χρήματα του β' στην επιχείρηση, αν τα χρήματα του α' έμειναν 6 μήνες;