ΠΡΑΞΕΙΣ ΣΥΝΟΛΩΝ

Γεώργιος Χ. Δομουχτσής

2ο ΓΕΛ Σερρών

1 Οκτωβρίου 2020

- Θεωρούμε ένα βασικό σύνολο Ω και
- το δυναμοσύνολό του $\mathscr{P}(\{\Omega\}) = \{X \,:\, X \subseteq \Omega\}$.
- Θεωρούμε δύο σύνολα $A \in \mathscr{P}\{\Omega\}$ και $B \in \mathscr{P}\{\Omega\}$.

Ορίζουμε πέντε (5) πράξεις σ' αυτό:

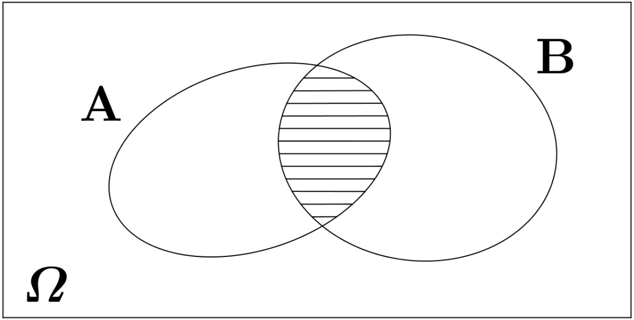
1. **Τομή** συνόλων: $A \cap B$
2. **Ένωση** συνόλων: $A \cup B$
3. **Διαφορά** συνόλων: $A - B$
    - **Συμπλήρωμα** συνόλου: $A^c = CA = A'$
4. **Συμμετροδιαφορά** συνόλων: $A \dotplus B$
5. **Καρτεσιανό Γινόμενο** συνόλων: $A \times B$

ΤΟΜΗ ΣΥΝΟΛΩΝ

Ορισμός

Τομή δύο συνόλων A και B, ονομάζεται το σύνολο $A \cap B$
που αποτελείται από
τα **κοινά** στοιχεία των δύο συνόλων.

Συμβολικά: $A \cap B = \{x \in \Omega \,:\, x \in A \wedge x \in B\}$

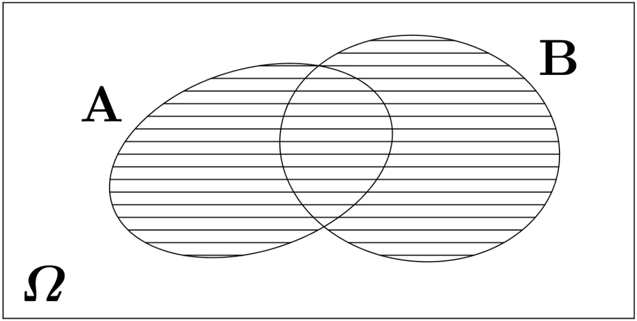


ΕΝΩΣΗ ΣΥΝΟΛΩΝ

Ορισμός

Ένωση δύο συνόλων A και B, ονομάζεται το σύνολο $A \cup B$
που αποτελείται από
τα **κοινά** και τα **μη κοινά** στοιχεία των δύο συνόλων.

Συμβολικά: $A \cup B = \{x \in \Omega \,:\, x \in A \vee x \in B\}$

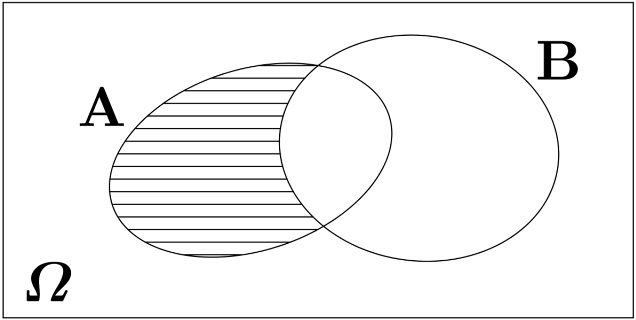


ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΥΝΟΛΩΝ

Ορισμός

Διαφορά δύο συνόλων A και B, ονομάζεται το σύνολο $A - B$
που αποτελείται από
τα στοιχεία του A που **δεν ανήκουν** στο B.

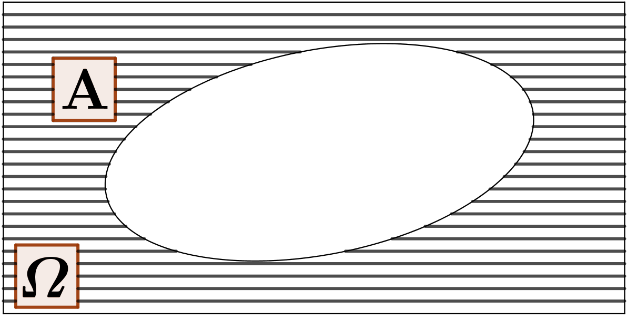
Συμβολικά: $A - B = \{x \in \Omega : x \in A \wedge x \notin B\}$



Ορισμός

Συμπλήρωμα συνόλου A, ονομάζεται το σύνολο A^c
που αποτελείται από
τα στοιχεία του Ω που **δεν ανήκουν** στο A.

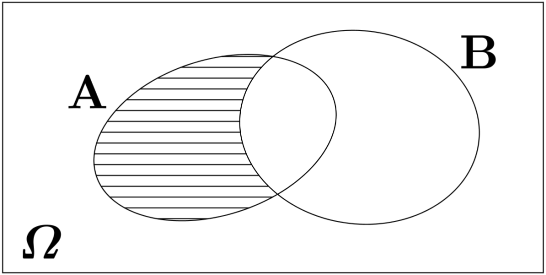
Συμβολικά: $A^c = \{x \in \Omega \,:\, x \notin A\} = \Omega - A$



ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΥΝΟΛΩΝ

Εναλλακτικός Ορισμός

Διαφορά δύο συνόλων A και B, ονομάζεται το σύνολο
$$A - B = A \cap B^c.$$

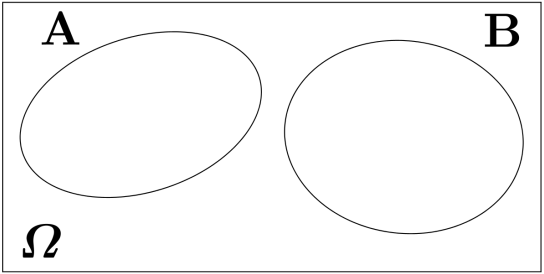


ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ:

1. $A - B = (A \cup B) - B \iff A \cup B = (A - B) \cup B$
2. $A - B = A - (A \cap B) \iff A \cap B = A - (A - B)$

Ορισμός

Τα σύνολα A και B ονομάζονται **ξένα** μεταξύ τους,
αν και μόνον αν
$A \cap B = \varnothing$.



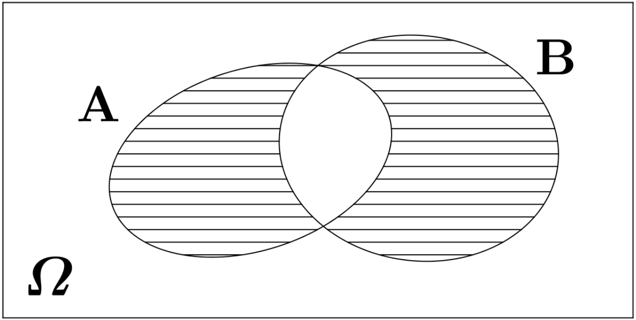
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: $\boxed{A \cap B = \varnothing \iff A - B = A}$

ΣΥΜΜΕΤΡΟΔΙΑΦΟΡΑ ΣΥΝΟΛΩΝ

Ορισμός

Συμμετροδιαφορά δύο συνόλων A και B, ονομάζεται το σύνολο $A \dotplus B$ που αποτελείται από τα **μη κοινά** στοιχεία των δύο συνόλων.

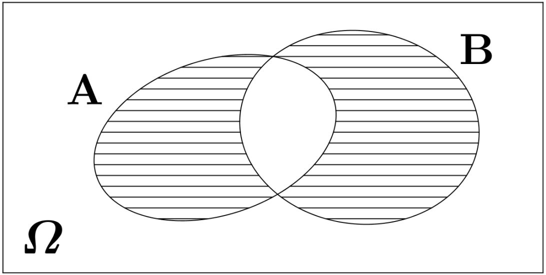
Συμβολικά: $A \dotplus B = \{x \in \Omega : (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \in B \wedge x \notin A)\}$



Εναλλακτικός Ορισμός

Συμμετροδιαφορά δύο συνόλων A και B, ονομάζεται το σύνολο

$$A \dotplus B = (A - B) \cup (B - A).$$



ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ:

1. $A \dotplus B = (A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)$
2. $A \dotplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$

ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΣΥΝΟΛΩΝ

Ορισμός

Καρτεσιανό γινόμενο δύο συνόλων A και B, ονομάζεται το σύνολο $A \times B$
που αποτελείται από
τα **διατεταγμένα ζεύγη** (α, β), όπου
το πρώτο μέλος (α) ανήκει στο A και το δεύτερο μέλος (β) στο B.

Συμβολικά: $A \times B = \{x = (\alpha, \beta) \,:\, \alpha \in A \wedge \beta \in B\}$

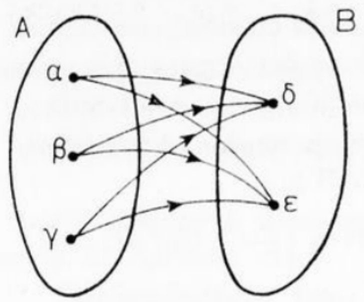
Ορισμός

$$A \times \varnothing = \varnothing \times A = \varnothing \times \varnothing = \varnothing$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΟΥ ΓΙΝΟΜΕΝΟΥ

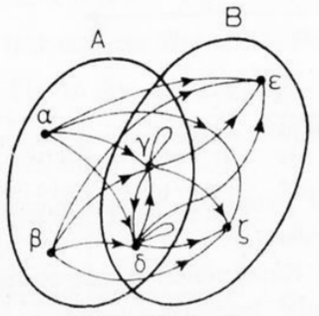
Το καρτεσιανό γινόμενο δύο συνόλων μπορεί να παρασταθεί με

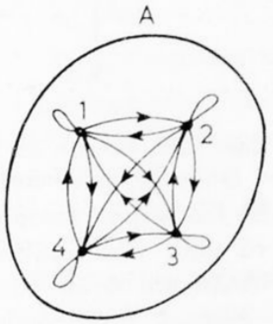
- πίνακα διπλής εισόδου,
- γραφική παράσταση σε καρτεσιανό επίπεδο και
- διάγραμμα (σχήμα που ακολουθεί)



$$A \times B = \{\alpha, \beta, \gamma\} \times \{\delta, \varepsilon\} = \{(\alpha,\delta),(\alpha,\varepsilon),(\beta,\delta),(\beta,\varepsilon),(\gamma,\delta),(\gamma,\varepsilon)\}$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΟΥ ΓΙΝΟΜΕΝΟΥ





$$
\begin{aligned}
A \times B &= \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\} \times \{\gamma, \delta, \varepsilon, \zeta\} \\
&= \{(\alpha,\gamma),(\alpha,\delta),(\alpha,\varepsilon),(\alpha,\zeta), \\
&\quad (\beta,\gamma),(\beta,\delta),(\beta,\varepsilon),(\beta,\zeta), \\
&\quad (\gamma,\gamma),(\gamma,\delta),(\gamma,\varepsilon),(\gamma,\zeta), \\
&\quad (\delta,\gamma),(\delta,\delta),(\delta,\varepsilon),(\delta,\zeta)\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
A^2 = A \times A &= \{1,2,3,4\} \times \{1,2,3,4\} \\
&= \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4), \\
&\quad (2,1),(2,2),(2,3),(2,4), \\
&\quad (3,1),(3,2),(3,3),(3,4), \\
&\quad (4,1),(4,2),(4,3),(4,4)\}
\end{aligned}
$$