

ΛΟΓΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

Συνεπαγωγή - Ισοδυναμία

Δομουχτής Χ. Γεώργιος

2ο ΓΕΛ Σερρών

24 Ιανουαρίου 2021

Συνεπαγωγή

δύο απλών προτάσεων είναι η σύνθετη πρόταση που είναι ψευδής τότε και μόνον τότε,

όταν η πρώτη είναι αληθής και η δεύτερη ψευδής.

Γράφουμε: « $p \implies q$ » και διαβάζουμε: « p **συνεπάγεται** q »

Πίνακας Αλήθειας:

p	q	$p \implies q$
A	A	A
A	Ψ	Ψ
Ψ	A	A
Ψ	Ψ	A

από ΑΛΗΘΕΙΑ δεν προκύπτει **ποτέ** ΨΕΜΑ

- Στην συνεπαγωγή $p \implies q$ έχουμε:

p : υπόθεση

q : συμπέρασμα

$p \implies q$: υποθετική πρόταση

- Η συνεπαγωγή $p \implies q$ διαβάζεται επίσης και ως εξής:

- αν p τότε q
- για p πρέπει q
- για q αρκεί p
- p είναι ικανή συνθήκη για q
- q είναι αναγκαία συνθήκη (συνέπεια) για p

- «συμπεραίνεται» \neq «συνεπάγεται»

q συμπέρασμα της p : μπορούμε να αποδείξουμε την αλήθεια της q στηριζόμενοι στην αλήθεια της p .

Αν q αληθής: η συνεπαγωγή $p \implies q$ ισχύει ανεξάρτητα από το αν η p είναι αληθής ή ψευδής.

$p \implies q$: συνεπαγωγή

$q \implies p$: αντίστροφη συνεπαγωγή

$\bar{p} \implies \bar{q}$: αντίθετη συνεπαγωγή

$\bar{q} \implies \bar{p}$: αντιθετοαντίστροφη συνεπαγωγή

p	q	\bar{p}	\bar{q}	$p \implies q$	$\bar{q} \implies \bar{p}$	$\bar{p} \vee q$	$q \implies p$	$\bar{p} \implies \bar{q}$	$p \vee \bar{q}$
A	A	Ψ	Ψ	A	A	A	A	A	A
A	Ψ	Ψ	A	Ψ	Ψ	Ψ	A	A	A
Ψ	A	A	Ψ	A	A	A	Ψ	Ψ	Ψ
Ψ	Ψ	A	A	A	A	A	A	A	A

Νόμος Αντιθετοαντιστροφής

- $(p \implies q) \equiv (\bar{q} \implies \bar{p}) \equiv (\bar{p} \vee q)$
- $(q \implies p) \equiv (\bar{p} \implies \bar{q}) \equiv (p \vee \bar{q})$

Θεωρούμε τις προτάσεις:

p: «ο καιρός είναι καλός»

q: «δεν βρέχει»

Τότε:

- **Αν** ο καιρός είναι καλός **τότε** δεν βρέχει (αληθής)
- **Αν** ο καιρός είναι καλός **τότε** βρέχει (ψευδής)
- **Αν** ο καιρός δεν είναι καλός **τότε** δεν βρέχει (αληθής)
- **Αν** ο καιρός δεν είναι καλός **τότε** βρέχει (αληθής)

Ισοδυναμία

δύο απλών προτάσεων είναι η σύνθετη πρόταση που είναι αληθής τότε και μόνον τότε, όταν

και οι δύο προτάσεις είναι ταυτόχρονα αληθείς ή ψευδείς.

Γράφουμε: « $p \iff q$ » και διαβάζουμε: « p **ισοδυναμεί με** q »

Πίνακας Αλήθειας:

p	q	$p \iff q$
A	A	A
A	Ψ	Ψ
Ψ	A	Ψ
Ψ	Ψ	A

η ΑΛΗΘΕΙΑ δεν ισοδυναμεί **ποτέ** με ΨΕΜΑ

- Η ισοδυναμία $p \iff q$ διαβάζεται επίσης και ως εξής:
 - p συνεπάγεται και αντιστρόφως q
 - αν p τότε και μόνον τότε q
 - p αν και μόνον αν q
 - p πρέπει και αρκεί q
 - p είναι ικανή και αναγκαία συνθήκη για q

- Ιδιότητες:

Ανακλαστική: $p \iff p$

Συμμετρική: $(p \iff q) \iff (q \iff p)$

Μεταβατική: $(p \iff q \wedge q \iff r) \implies (p \iff r)$

Θεωρούμε τις προτάσεις:

p: «παχαίνω»

q: «τρώω πολύ»

Τότε:

- παχαίνω **αν και μόνον αν** τρώω πολύ (αληθής)
- παχαίνω **αν και μόνον αν** δεν τρώω πολύ (ψευδής)
- δεν παχαίνω **αν και μόνον αν** τρώω πολύ (ψευδής)
- δεν παχαίνω **αν και μόνον αν** δεν τρώω πολύ (αληθής)