

ΠΑΡΑΔΟΞΟ ΤΟΥ ΚΟΥΡΕΑ

ΕΠΙΜΕΝΙΔΗΣ - BERTRAND RUSSEL

Γεώργιος Χ. Δομουχτσής

2ο ΓΕΛ Σερρών

6 Οκτωβρίου 2020

Ο Επιμενίδης, σε ένα ποίημά του είχε γράψει:

Κρήτες ἀεὶ ψεῦσται
(οὐ Κρήτες εἶναι πάντα ψεύτες)

Αυτό οδήγησε στο εξής λογικό παράδοξο:

- Ο Επιμενίδης λέει ότι όλοι οι Κρήτες είναι ψεύτες
- Ο Επιμενίδης είναι Κρητικός
- Άρα ο Επιμενίδης λέει ψέματα
- Άρα οι Κρήτες λένε την αλήθεια
- Άρα και ο Επιμενίδης λέει την αλήθεια
- Άρα οι Κρήτες είναι ψεύτες κ.ο.κ.



ΤΟ ΠΑΡΑΔΟΣΟ ΤΟΥ ΚΟΥΡΕΑ Ι

Πρόβλημα

«Σε ένα χωριό που όλοι οι άντρες είναι καθημερινά ξυρισμένοι, υπάρχει ένας μόνο κουρέας. Αυτός ξυρίζει όλους τους άντρες που δεν ξυρίζονται μόνοι τους. Τότε όμως ποιος ξυρίζει τον κουρέα;».



ΤΟ ΠΑΡΑΔΟΞΟ ΤΟΥ ΚΟΥΡΕΑ II

- Στο χωριό υπάρχουν το σύνολο εκείνων που ξυρίζονται μόνοι τους και
- το σύνολο εκείνων που ξυρίζονται στον κουρέα.
- Ο κουρέας ξυρίζεται μόνος του;
- **Αδύνατον**, αφού ξυρίζει όλους τους άντρες που δεν ξυρίζονται μόνοι τους.
- Τον ξυρίζει κάποιος άλλος;
- **Όχι**, γιατί «μόνο» ο κουρέας ξυρίζει όλους όσους δεν ξυρίζονται μόνοι τους.

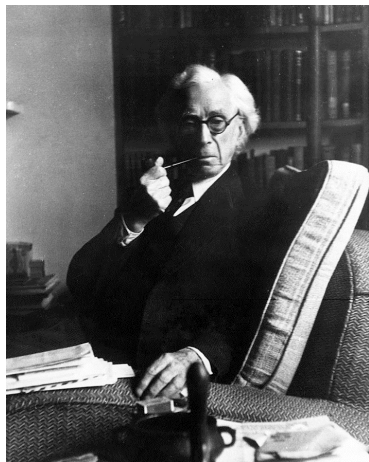


Η ΑΝΤΙΝΟΜΙΑ ΤΟΥ RUSSELL

- Έστω ότι το x παριστάνει σύνολο.
- Θεωρούμε το $A = \{x : x \notin x\}$.
- Δηλαδή, το A αποτελείται από όλα τα σύνολα που δεν περιέχουν τον εαυτό τους:

$$x \notin x (\blacktriangle).$$

- Είναι το A σύνολο;
- Έστω $A \in A$.
- Τότε $(\blacktriangle) \implies A \notin A$. Άτοπο.
- Έστω $A \notin A$.
- Τότε $(\blacktriangle) \implies A \in A$. Άτοπο.



Η Εμπειρική Θεμελίωση δημιουργεί παράδοξα.
Χρειαζόμαστε την **Αξιοματική Θεμελίωση των Zermelo-Fraenkel**.



Ernst Zermelo



Abraham Fraenkel