ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΥΝΟΛΩΝ

Γεώργιος Χ. Δομουχτσής

2ο ΓΕΛ Σερρών

1 Οκτωβρίου 2020

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

ΥΠΟΣΥΝΟΛΟ ΣΥΝΟΛΟΥ

Σχέση Εγκλεισμού με Ευρεία Έννοια

Το σύνολο A είναι **υποσύνολο** του συνόλου B, αν και μόνον αν κάθε στοιχείο του A είναι και στοιχείο του B.

Συμβολικά: $\boxed{A \subseteq B \Longleftrightarrow (\forall x \in A \Longrightarrow x \in B)}$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:

1. A υποσύνολο $B \Longleftrightarrow A \subseteq B \Longleftrightarrow B \supseteq A \Longleftrightarrow B$ **υπερσύνολο** A
2. A όχι υποσύνολο $B \Longleftrightarrow A \nsubseteq B \Longleftrightarrow B \nsupseteq A \Longleftrightarrow B$ όχι υπερσύνολο A

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

$$\{x : x = \text{φωνήεν}\} = A \subseteq B = \{\alpha, \varepsilon, \eta, \iota, o, \upsilon, \omega\}$$

$$\{\alpha, \varepsilon, \iota, o\} = \Gamma \subseteq B = \{\alpha, \varepsilon, \eta, \iota, o, \upsilon, \omega\}$$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΧΕΣΗΣ ΕΓΚΛΕΙΣΜΟΥ

Ιδιότητες

1. $A \subseteq A$ (ανακλαστική)
2. $A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Longrightarrow A = B$ (αντισυμμετρική)
3. $A \subseteq B \wedge B \subseteq \Gamma \Longrightarrow A \subseteq \Gamma$ (μεταβατική)

Ισχύουν οι

$$\varnothing \subseteq A,\ \forall A$$

$$A \subseteq A,\ \forall A \quad (\varnothing \subseteq \varnothing)$$

$$A \subseteq \Omega,\ \forall A$$

ΓΝΗΣΙΟ ΥΠΟΣΥΝΟΛΟ ΣΥΝΟΛΟΥ

Σχέση Εγκλεισμού με Στενή Έννοια

Το σύνολο A είναι **γνήσιο υποσύνολο** του συνόλου B, αν και μόνον αν κάθε στοιχείο του A είναι και στοιχείο του B και υπάρχει ένα τουλάχιστον στοιχείο του B που δεν ανήκει στο A.

Συμβολικά: $\boxed{A \subset B \iff (\forall x \in A \implies x \in B) \land (\exists y \in B \,:\, y \notin A)}$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:

1. Προφανώς $\boxed{A \subset B \iff (A \subseteq B) \land (A \neq B)}$
2. A γν. υποσύνολο $B \iff B$ **γν. υπερσύνολο** $A \iff A \subset B \iff B \supset A$
3. A όχι γν. υποσύν. $B \iff B$ όχι γν. υπερσύν. $A \iff A \not\subset B \iff B \not\supset A$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

$$\{1, 2, 3\} = A \subset B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

Ιδιότητες

1. $A \not\subset A$
2. $A \subset B \wedge B \subset A \nRightarrow A = B$
3. $A \subset B \wedge B \subset \Gamma \Longrightarrow A \subset \Gamma$ (μεταβατική)

Ισχύει η

$$\varnothing \subset A, \ \forall A$$

$$A \not\subset A, \ \forall A \quad (\varnothing \not\subset \varnothing)$$

$$A \subset \Omega, \ \forall A \neq \Omega$$

ΙΣΑ ΣΥΝΟΛΑ

Ορισμός 1

Το σύνολο A είναι **ίσο** με το σύνολο B, αν και μόνον αν

κάθε στοιχείο του A είναι και στοιχείο του B και επιπλέον
κάθε στοιχείο του B είναι και στοιχείο του A.

Συμβολικά: $\boxed{A = B \iff (\forall x : x \in A \iff x \in B)}$

Ορισμός 2

Το σύνολο A είναι **ίσο** με το σύνολο B, αν και μόνον αν

το σύνολο A είναι υποσύνολο του B και ταυτόχρονα
το σύνολο B είναι υποσύνολο του A.

Συμβολικά: $\boxed{A = B \iff (A \subseteq B \land B \subseteq A)}$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΧΕΣΗΣ ΙΣΟΤΗΤΑΣ

Ιδιότητες

1. $A = A$ (ανακλαστική)
2. $A = B \Longrightarrow B = A$ (συμμετρική)
3. $A = B \wedge B = \Gamma \Longrightarrow A = \Gamma$ (μεταβατική)

Ορισμός

Το σύνολο A είναι **διάφορο** του συνόλου B, αν και μόνον αν το A δεν είναι ίσο με το B.

Συμβολικά: $\boxed{A \neq B \iff \neg(A = B)}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

$$\{\alpha, \beta, \gamma\} = A = B = \{\gamma, \alpha, \beta\}$$

$$\{0, 1, 2, 3\} = K = \Lambda = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ με } x < 4\}$$

$$\{1, 2, \ldots\} = \Sigma \neq T = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ με } 1 < x < 100\}$$